Alle Größenbezeichnungen beziehen sich auf die separat beigelegte Skizze im File rechnung.pdf .
Alle Überlegungen und Werte gelten für eine angezogene Bremse mit der Backe an der Felge.
Als Verstärkung bezeichne ich - entlehnt von Sheldon und Cyclenut - das Verhältnis der Kraft F2 auf eine Backe zur Kraft F am Mittelzug, obwohl die Gesamtverstärkung doppelt so groß ist.

Ziel meiner Überlegung war zu beurteilen, wie an einer vorgegebenen Bremse mit festen Werten von A, D, R durch Justierung von H, L eine maximale Verstärkung F2/F eingestellt werden kann.

Etwas verwirrend ist hierbei, dass zwei Größen H und L (oder alternativ die Neigungswinkel α des Drahtes und β des Arms) unabhängig voneinander änderbar sind. In solchen Fällen hält man zunächst eine der Größen (ich wählte H) fest und bestimmt die optimale Bedingung für die zweite Größe (also L). Danach kann man dann überlegen, ob sich der ermittelte Extremwert durch Veränderung der ersten Größe H - unter Mitführung des optimierten L - weiter verbessern lässt.

Maximierung der Verstärkung bei festem H:

Das Ergebnis ist eindeutig: Für jedes feste H > R existiert ein optimales L mit $\mathbf{L^2 = A^2 + H^2 - R^2}$ und die maximale Verstärkung für dieses H beträgt $\mathbf{F2/F = R / (2 \cdot D) \cdot (A^2 + H^2) / (H \cdot L - A \cdot R)}$.

Das Ergebnis deckt sich mit der naheliegenden Vermutung, dass der Draht der Länge L auf dem Arm der Länge R senkrecht stehen sollte. Man kann dies auch ohne Rechnung einsehen:
Gemäß Gleichung (2) ist $F2/F = d/[2 \cdot D \cdot \sin(\alpha)]$; also sollte d möglichst groß und α möglichst klein sein. Beides ist simultan erfüllt, wenn man das Armende P auf dem Kreis mit Radius R wandern lässt, bis der Draht tangential am Kreis anliegt. Dann steht der Arm aber senkrecht auf dem Draht. Der rechnerische Nachweis ist etwas langwieriger und bei Interesse in rechnung.pdf nachlesbar.

Rechenbeispiel an der von Sheldon gezeichneten Bremse mit festen Werten A=6.4, D=2.5, R=5.3:

Für die abgelesenen Werte H=9.4, β=32° berechnet sich: α=31.2°, L=12.7, F2/F = 1.83
Die Verstärkung 1.83 ist für dieses H nicht maximal, da die Armneigung von β=32° zu klein ist.

Maximale Verstärkung erreicht man für H=9.4 mit: β=62.0°, α=28.0°, L=10.1, F2/F = 2.26

Veränderung der maximalen Verstärkung mit variablem H:

Hier ist keine große Rechnung angebracht, da ein Optimum nicht existiert. Die maximale Verstärkung steigt mit abnehmendem H>R an und wird bei H=R (Draht waagerecht) unendlich.

H	12.4	11.4	10.4	9.4	8.4	7.4	6.4	5.4
F2/F	1.64	1.77	1.96	2.26	2.76	3.77	6.66	68.3

Fazit:

Orthogonalität von Arm und Draht zu fordern ist legitim und begründbar, vor allem aber, weil dann der Stress auf die Bauteile (Drehlager, Draht) auf ein Minimum beschränkt bleibt.
Die Größe der Bremsverstärkung wird in erster Linie vorab durch die Wahl von H festgelegt.

Nun noch kurz zu den zitierten Betrachtungen.

Sheldon Brown: „The Geometry of Cantilever Breaks“

Die Zerlegung der Verstärkung in

1. die durch den Handhebel geleistete,
2. eine unbeschränkte zweite von der Drahtneigung bestimmte ~ $1/\sin(\alpha)$
3. und die dritte durch den einseitigen Hebel mit den Armen d und D erzeugte

ist nützlich, und weitgehend korrekt. Fehlerhaft ist lediglich das angegebene Verhältnis PC/PS der Hebelarme. Richtig wäre anstelle von PS der senkrechte Abstand D. Die Strecke PS und der eingezeichnete ‘Cantilever angle’ sind ungeeignet zur Berechnung der Verstärkung, weil sie vom Abstand Backe-Felge, der Backenstärke bzw. Abnutzung und der Felgenbreite abhängen. Die durchscheinende Vorliebe von S.B. für größere ‘Cantilever angle’ scheint mir begründbar durch die Zunahme der Verstärkung mit wachsendem Abstand A der Drehachse vom Rad, die u.a. kleinere Wege am Handhebel erlaubt.

Insgesamt würde ich den Artikel als lesenswerte Einführung eines erfahrenen Praktikers ansehen.

Cyclenut (Forumsbeitrag)

Alle Formeln sind richtig, ihre Interpretation kaum. Womit hat S.B. seiner Ansicht nach unrecht? Soweit es den Hebel PS (s.o.) anginge wäre das ok. Anscheinend behauptet er aber, die von S.B. erläuterte Zerlegung der Verstärkung (s.o) sei falsch. Mit der meiner Gleichung (3) entsprechenden Formel **$F2/F = b/(2\cdot h)$** glaubt er, die Abhängigkeit vom Neigungswinkel α relativieren oder gar eliminieren zu können. Ein verzeihlicher Trugschluss: Substitiuiert man b gemäß Gleichung (4) durch **$b = H\cdot\cot(\alpha)-A$**, wird klar (wie eingangs erwähnt): F2/F hängt von *zwei* unabhängigen Variablen ab. Verringert man α (bei konstantem H), steigt die Verstärkung ~ $\cos(\alpha)/\sin(\alpha)$ an. Verkleinert man H (bei konstantem α) nimmt die Verstärkung ab. *Macht man simultan beides*, kann man natürlich erreichen, dass sich die Wirkungen aufheben und b konstant bleibt. Kurz: Gleichung (3) verführt zur Annahme, die Verstärkung hinge nur von *einer* Variablen b ab, und sie verschleiert, das b selbst von *zwei* unabhängigen Variablen bestimmt wird.

Trotzdem ist die Verwendung von b nicht unbrauchbar. C. hätte bemerken können, das b bzw. die Verstärkung an einer gegebenen Bremse maximal wird, wenn der Arm (R) und der Draht (L) senkrecht aufeinander stehen. Statt dessen hält er die Orthogonalität wohl für eine Art Irrglauben, der durch die Verwendung von b widerlegt sei.

Der Vorschlag, eine Cantileverbremse mit waagerechtem Arm (b=R) zu betreiben, beraubt sie ihrer eigentlichen Funktion, nämlich eine im Prinzip beliebig große Verstärkung durch die Kraftverteilung auf zwei flach verlaufende Drähte zu erzeugen (s. o. Sheldon 2), und reduziert die Bremse auf die reine Hebelwirkung (Sheldon 3). An der von S.B. gezeichneten Bremse ergäbe sich ein kläglicher Wert von F2/F = 1.06, wobei die Drähte und Lager durch unnötig große, bremsunwirksame Kräfte belastet würden. Sorry Cyclenut, but you were wrong!

Übrigens:
Oben steht: Die Verstärkung nimmt *ab*, wenn H kleiner wird. Das ist nur richtig für *konstantes* α.
In der Tabelle links steht: Die Verstärkung nimmt *zu*, wenn H kleiner wird. Das ist richtig für ein *variables* α, das sich mit H verkleinert, um die Orthogonalität von Arm und Draht zu bewahren.